Le calcul à partir de la 2^{e} classe

Traduction du troisième chapitre du livre *Rekenen in beweging*[*].

Version du 26 octobre 2016

[*]Éditeur : Reklamestudio Kees Kuiphof bNO, Ede, 1994.
Auteurs : Kees van Broekhuizen, Fred Goffree, Frank de Kiefte, Jan Kraamwinkel, Peter Landweer, Paul van Meurs, Job de Raadt, Kees Verhage, Pieter Witvliet, Annemieke Zwart.
Traduction : Anne Schreurs et Luc Lismont, avec la collaboration de Christiane Fontaine.

Les endroits indiqués par un point d'interrogation entre crochets et/ou dans la marge (entre autres) doivent être revus. Toutes les remarques permettant d'améliorer cette traduction (style, orthographe, passage peu clair ou incompréhensible. . .) sont les bienvenues. Merci de les communiquer à Luc Lismont.

1 Le calcul mental jusque cent

Il semble évident de considérer que tout calcul non écrit se fait mentalement. Mais, lorsqu'on demande à un enfant combien font 6×6 et qu'il répond immédiatement 36, il n'y a pas de calcul : l'enfant le sait tout simplement parce que cette connaissance est automatisée. De même, dans les exercices oraux où l'enfant calcule sur les doigts, il ne s'agit pas de calcul mental mais de comptage.

Cela nous donne deux domaines, exercés principalement en première et deuxième classes, qui sont des préalables pour arriver au vrai calcul mental. Il s'agit avant tout de découvrir la qualité des nombres, d'observer des structures et de faire l'expérience de la capacité que l'on a de donner du sens, grâce au calcul, aux choses qui nous entourent.

En tant que professeur, on se trouve là à un point crucial. Dans le plan scolaire originel pour les deuxième et troisième classes, on peut lire :

« On poursuit les quatre opérations jusque 100 et au-delà. On calcule beaucoup mentalement (deuxième classe). On exerce les quatre opérations avec des grands nombres en lien avec la vie quotidienne. »

Lorsque l'on aborde ce travail sans discernement, le calcul peut devenir pour certains enfants une matière où l'on jongle mystérieusement avec des nombres et où, au moment où ils commençaient tout juste à comprendre un petit quelque chose, de nouveaux problèmes surgissent. Dans ce cas, un enfant profite rarement de ce qu'il a « apprivoisé » et perd de plus en plus l'intérêt pour le calcul. Dans le meilleur des cas, un bon calculateur développera alors l'habileté nécessaire pour exécuter le calcul d'une manière correcte et standardisée, mais il n'aura développé qu'une relation intérieure avec le monde des nombres bien pauvre.

Qu'est-ce qui doit être maîtrisé par les enfants ?

Les capacités de base jusqu'à vingt doivent être automatisées et les tables connues. Ce sont en effet des éléments indispensables pour le calcul mental jusqu'à cent. On doit certainement les travailler souvent durant les trois premières classes. Ce que les enfants ont automatisé et ce qu'il ne l'ont pas, l'enseignant doit le savoir. Il peut travailler avec des exercices oraux orientés sur la mémorisation, mais aussi avec des jeux comme « l'échelle de haut en bas », et « Ensemble » (voir le *Complément* : « Jeux de calcul »).

L'addition et la soustraction jusque 20 demandent de la part de l'enseignant une approche didactique systématique. Part-on de l'idée que les enfants connaissent par cœur toutes les additions et soustractions en-dessous de 20, avec quelques-uns qui préfèrent quand même compter sur les doigts ? Ou bien part-on des capacités que les enfants possèdent ? Dans le cadre d'une didactique constructiviste, les enfants peuvent continuer à construire à partir de leurs capacités et étendre celles-ci. Cela leur donne la possibilité de calculer plus habilement que de « seulement » compter. Voici des possibilités qui sont également abordées ailleurs dans ce livre :

— Le doublement est une forme de calcul que les enfants « connaissent » déjà :

  $2 + 2 = 4$

  $3 + 3 = 6$

  $4 + 4 = 8$

— On peut alors poursuivre avec
$4 + 5 = 4 + 4 + 1 = 8 + 1 = 9$
$6 + 7 = 6 + 6 + 1 = 12 + 1 = 13$

En travaillant aussi avec la structure du cinq avec un boulier compteur « rekenrek[1] », les enfants apprennent à connaître la structure des nombres jusqu'à vingt.

Calculer dans la vie de tous les jours

Aujourd'hui, les nombres viennent à notre rencontre de tous côtés : PIN, numéros de téléphone, numéros de sécurité sociale ou numéros de membre. Et les appareils modernes nous montrent constamment des nombres : le radio-réveil, le lecteur de DVD, le four à micro-ondes ou la télévision. Dans les journaux, on trouve chaque jour des graphiques et des diagrammes qui permettent d'exprimer certaines proportions. Dans le langage courant, les pourcentages ou les nombres décimaux sont utilisés couramment avant même que les enfants y soient confrontés à l'école.

Une situation pratique

Charles ne retrouve plus ses parents parmi tous les gens sur la plage. « Comment t'appelles-tu, où habites-tu, quel est ton numéro de téléphone ou celui des voisins, ou connais-tu peut-être le code postal ? » demande un gentil maître nageur. Charles regarde sa montre digitale comme si elle pouvait lui donner la réponse. Là, les nombres changent sans cesse. A-t-il repéré la structure et sait-il pourquoi les premiers nombres recommencent après 24 et les derniers après 60 ? « Cherches-tu depuis longtemps ? » demande le maître nageur encore...

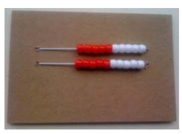
Oui, en tant qu'enfant à notre époque, il faut être familiarisé tôt avec le monde des nombres. Et il faut pouvoir s'en sortir.

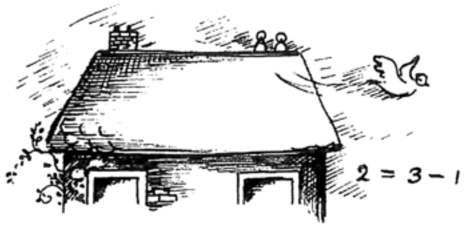
Pour son anniversaire, Théa a reçu 25 gulden de son papy. « Que peut-elle acheter pour tout cela », se demande-t-elle ? Heureusement, faire les courses et les payer, elle l'a déjà fait. Elle connaît un peu les prix. Grâce à ça, elle a quelques nombres en tête et peut s'orienter. Elle évalue quelques montants, fait en pensée un petit calcul, arrondit les nombres habilement et se rend compte que tout cela, cela va avec 25 gulden. Théa se vante de ne pas habiter en Italie : avec ces petites lires, les enfants doivent calculer avec d'énormes sommes.

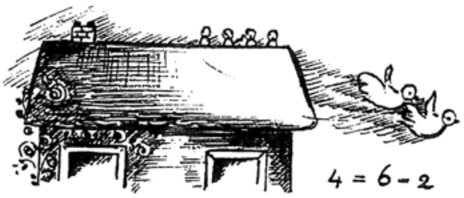
L'apprentissage de telles capacités participe très sûrement à l'enseignement du calcul nécessaire aujourd'hui. Bien sûr cela mène vers une forme de « chiffrage », qui est en relation avec le calcul de tous les jours d'où a disparu le mystère, mais pas pour autant la beauté ni le plaisir.

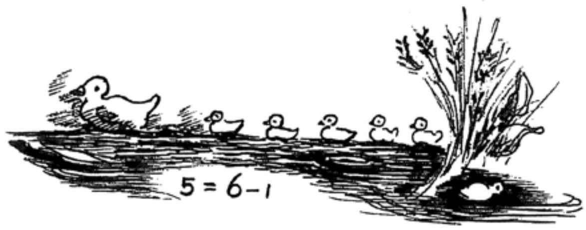
Les exemples de situations de calcul quotidien sont légion. C'était déjà une indication de R. Steiner de faire du calcul avec les jeunes enfants à partir de la vie pratique. Avec ce calcul de la vie quotidienne, il s'entend que les exercices de calcul ne sont pas présentés comme tels oralement ou par écrit. Lorsque par exemple une quantité de billes ou de pièces de monnaie dans une tirelire doivent être comptés, le problème du calcul devient concret pour les enfants. C'est ainsi qu'à partir de la première classe, quelques exercices de calcul peuvent être donnés par petits croquis au tableau.

1. Le « rekenrek » a été conçu par Adrian Treffers, de l'Institut Freudenthal en Hollande, pour soutenir le développement naturel du sens du nombre chez les enfants. Les versions les plus petites sont composées de deux rangées de 10 perles. De grandes versions avec dix rangées de dix perles sont également disponibles. Chaque ligne est composée de cinq perles rouges et cinq perles blanches.

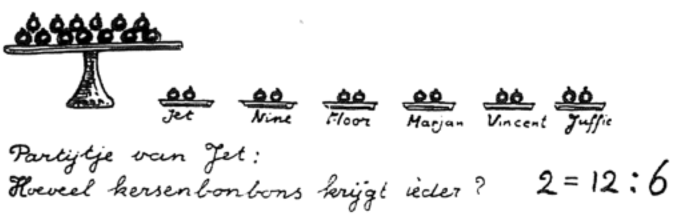








Jean aime préparer les morceaux de sucre pour le thé avant chaque visite



C'est la fête d'anniversaire de Jules. Combien chacun reçoit-il de bonbons ?

Plus tard on peut écrire au tableau :

La question posée aux enfants est : « Tu peux encore jouer 5 minutes avant de passer à table. Quels chiffres l'horloge indiquera-t-elle alors ? » Ou encore, Papa dit : « À quart, nous partons ». Qu'est-ce qu'il y a alors sur l'horloge ? Un enfant sait cela.

« Et combien de temps as-tu encore pour aller aux toilettes et chercher tes chaussures ? »

Ainsi il y a des tas d'exemple à trouver, qui s'accordent aux situations que les enfants connaissent. Celui qui peut formuler des exercices dans un tel contexte fait vraiment valoir l'expression « à partir de la vie de tous les jours ».

Naturellement, il est bon de partir aussi des exemples rencontrés lors des leçons de découverte de la géographie locale et lors de la période de construction. Et pourquoi ne pas laisser les enfants « calculer » eux-mêmes pour préparer une excursion ou une autre activité ?

La reconnaissance active du monde des nombres

Pour s'orienter dans le monde des nombres, il faut pouvoir se mettre en mouvement dans ce monde. L'enseignement en mouvement peut contribuer à cette expérience :

— Les enfants évaluent le nombre de pas pour traverser la cour de récréation. Ensuite la distance est aussi mesurée en marchant. Tous les dix pas, un enfant dépose un « repère de dizaine ». Les enfants peuvent maintenant se mouvoir le long de ce chemin ; de 30 à 40 ; ou ils font : 60 et 30 en plus ! Des exercices peuvent être donnés de multiples façons, par l'enseignant ou par l'enfant. On peut même bouger à l'intérieur de l'espace d'une dizaine : $30 - 2$ ou $25 + 5$. Des exercices comme 2×15 sont également importants dans ce contexte.

  Plus tard, les pas de dizaines sont dessinés au tableau et les enfants s'essaient aussi à le faire mentalement.

— On peut également utiliser la chaînette de 100, faite de perles de deux couleurs différentes (par exemple des perles prévues pour les sièges des automobiles). On change de couleur à chaque dizaine. On peut marquer des positions avec une pince à linge sur la chaîne. Pour les calculateurs plus lents, ceci est une aide précieuse dès lors qu'il y a un lien avec les mouvements que les enfants ont exécutés eux-mêmes.

— Toutes sortes d'histoires de calcul, par exemple après la période sur la géographie locale, peuvent donner lieu au calcul jusque 100. Combien de noisettes un écureuil peut-il rassembler par jour ? Et quand il les amasse pendant une semaine ? Un écureuil paresseux arrive et chipe quelques noisettes ; que reste-t-il ? Combien doit... etc.

> L'histoire ne doit pas devenir plus importante que le problème de calcul. Parce que les enfants rêveurs s'y laissent prendre et ne s'attellent pas au calcul. Le calcul qui leur est justement tellement bénéfique.
> Pour ces rêveurs, « un fil de pensées » peut rendre de bons services. Sur ce fil, que les enfants fabriquent eux-mêmes, il y a les nombres jusque 100, dans de belles couleurs organisées par dizaines. Les enfants peuvent déposer une petite pierre au nombre où l'histoire s'arrête.

— Sur les carreaux de la cours de récréation, on a dessiné un jeu de l'oie. Dans les boîtes, il y a des petites tâches sous forme de sommes qui en indiquent comment les enfants doivent avancer le long du parcours. La classe est divisée par exemple en trois ou quatre groupes, dont chacun peut tirer à son tour, un enfant peut être le pion dans le jeu. Les problèmes sont à résoudre pour avancer d'après la réponse. Plus tard, on peut jourer quelque chose comme cela dans la version classique du jeu.

La reconstruction didactique : la ligne des nombres muette

Dans toutes ces situations, les « compteurs notoires » peuvent également participer. Cela les stimulera à faire de plus grands sauts dans les nombres et ensuite à faire un grand saut en une fois. Un jeu n'est pas une option, mais une façon de relier les activités de tous les jours avec le calcul. Un jeu qui ne pourrait être joué que par ceux qui ont fini leur travail stigmatise le calculateur faible, celui pour qui calculer n'est que patauger.
Le problème des calculateurs faibles se trouve souvent au niveau de la concentration, de pouvoir retenir et mémoriser. Si, pour eux, le calcul ne consiste qu'à appliquer des règles, ce qu'ils ne réussissent quand même pas, alors ils perdent la possibilité d'exercer le calcul dans des situations de la vie quotidienne.

Dans le calcul réaliste, le concept de « didactique reconstructive » a été introduit. Cela signifie que l'on continue à construire sur la connaissance déjà présente chez les enfants. Cette connaissance est ajustée, élargie et approfondie. Cela peut se décrire comme suit :

> « Cherchez autant de connaissances de base pleines de sens que possible prêtes à être utilisées, parce qu'elles offrent un bon porte-manteau auquel le travail de calcul peut être accroché. Mais ce que vous avez oublié, vous pouvez le refaire. Laissez-vous alors guider par votre bon sens et suivez les indications qui résident au fond du problème.
>
> Organisez et ordonnez, soyez toujours attentif à la régularité et à la structure. Cherchez les structures internes et externes des nombres donnés, trouvez de l'aide dans des modèles visuels simples et sachez qu'il n'y a pas qu'une seule méthode (difficile), mais divers chemins simples qui mènent vers la solution. »

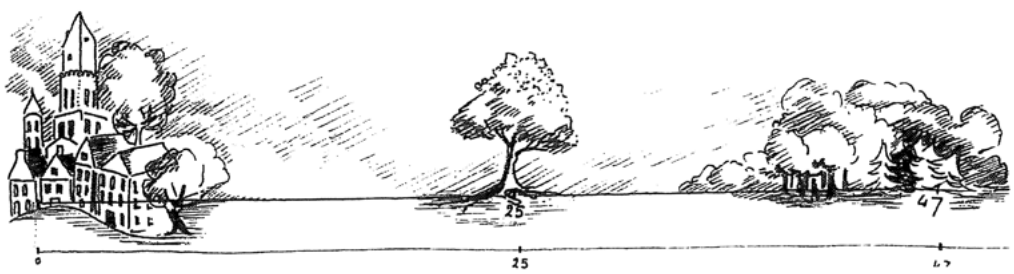
Un exemple d'un de ces modèles visuels simples est la ligne des nombres muette. Comme préparation au calcul jusque cent, le collier de cent perles convient parfaitement. Une pince à linge, comme petit cavalier, entre la 26^{e} et la 27^{e} rangée, indique qu'il y a 26 perles avant. Différentes pinces à linge peuvent être indiquées par un trait sur la ligne des nombres muette, qui est dessinée à la place du collier.

Grâce à cela, le trait qui marque le zéro a aussi une signification : avant lui, il n'y a plus de perles. Cette approche par les traits – on peut les comparer aux bornes d'hectomètres sur l'autoroute – semble la plus indiquée pour la ligne des nombres. C'est simple, et cela offre des possibilités pour évaluer globalement la quantité dont il s'agit. Remplir soi-même la ligne des nombres fait partie du processus d'apprentissage. Cela doit être exercé, comme cela se passait aussi avec les pas concrets sur la cour de récréation ou dans la classe.

L'exercice : « Va de 27 à 45 en faisant des bonds » aboutit aux questions « actives », orientée vers l'action : « que dois-je ajouter à 27 pour arriver à 45 ? » Avec la ligne des nombres, les enfants peuvent s'exercer à additionner et à soustraire. Cette ligne devient une sorte de feuille de brouillon, où l'on marque ce que l'on ne veut pas oublier. Ce sont surtout les calculateurs faibles qui sont bien aise de ce petit aide-mémoire. Bien plus que par le comptage répété inlassablement sur les doigts. Petit à petit, les bonds pourront devenir plus grands et le calcul se fera plus mentalement.

La question résonne dans la classe : « Nous faisons une balade à vélo de 47 km, mais après 25 km nous sommes déjà bien fatigués et nous nous reposons un moment. Combien de km reste-t-il à parcourir ? »

La ligne des nombres peut être dessinée comme un morceau de chemin. A l'endroit du repos, on met une barre avec 25 ; la fin est aussi marquée. Alors on peut regarder les bonds qui sont faits pour calculer les km restants.



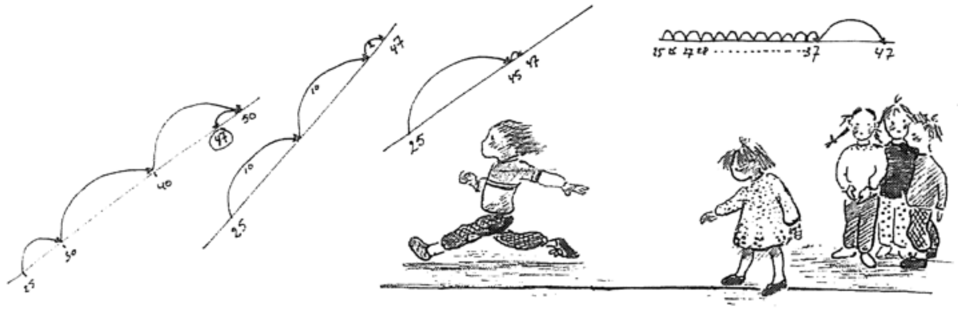
Quels sont les bonds accomplis par les enfants ?

— *Kees saute le premier avec un bond de 5 vers 30, puis des bonds de 10 vers 50 et ensuite avec un petit bond de retour à 47. Il compte d'abord les bonds ensemble : 25 : puis 3 en moins, c'est 22.*

— *Job fait 2 bonds de 10, jusque 45 et puis 2 ; il sait de suite : 22.*

— *Annemieke saute en une fois à 45, et connaît la réponse directement.*

— *Peter fait d'abord des petits bonds de 1, mais cela dure tout de même longtemps et cela ne convient pas non plus sur la ligne des nombres. C'est pourquoi à 37, il fait un grand bond vers 47. Comment trouver maintenant la réponse avec tous ces petits arcs de cercle ? Combien il y en avait encore ? La méthode de Job lui plaît bien. A retenir pour la prochaine fois !*



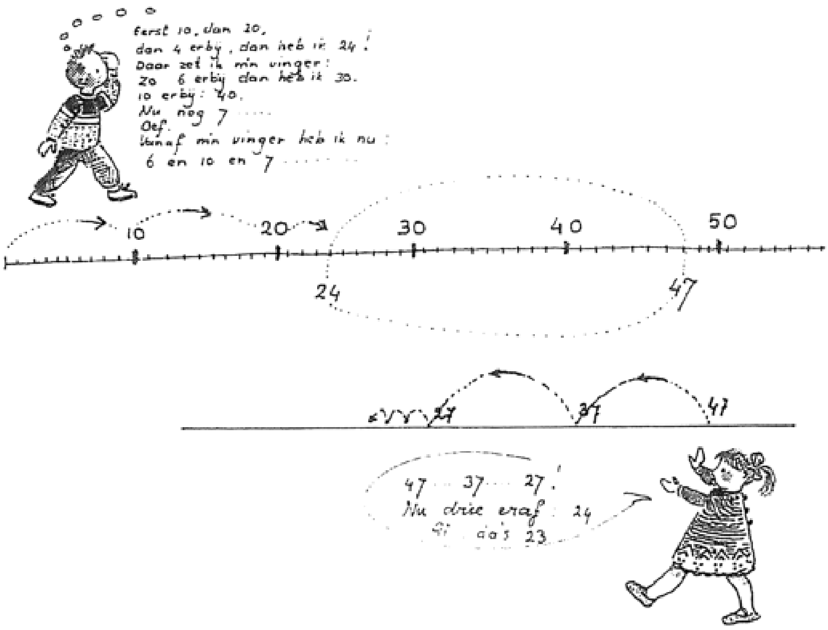
La méthode d'enfilage
Ici, au premier nombre laissé entier, on ajoute l'autre nombre par morceaux. Cette méthode rejoint la manière naturelle de compter d'affilée. Avec des raccourcis sur base de la structure des nombres, les enfants arrivent à un plus haut niveau de calcul. Dans les exercices ci-dessus, cela était clair. Cette méthode forme un bon contrepoids aux solutions proches du calcul écrit qui suivent la manière traditionnelle de *scinder en dizaines et unités*. Voici un exemple de faute souvent commise avec la méthode où l'on scinde les nombres : $47 - 26 = ...$? D'abord les dizaines : $4 - 2 = 2$, puis les unités : $7 - 6 = 1$. La réponse est 12... ? oh non, 21 !
Cela paraît très simple, mais voici maintenant la même chose avec $43 - 27 = ...$?. Avec les dizaines, ça passe encore $4 - 2$, mais faites $3 - 7$? Alors on retire le plus petit du plus grand : $7 - 3 = 4$; réponse : 24.

La ligne des nombres n'est pas un faux-fuyant, qui n'est appris que sporadiquement aux enfants. La ligne des nombres est un soutien pour saisir le calcul et doit être soigneusement construite. Pour cela, la ligne des nombres doit être structurée systématiquement. Des étapes pour y arriver peuvent être les suivantes :

— Dessiner les mouvements le long de la ligne des nombres qui ont été réellement pratiqués (en mouvement)
— Dessiner une chaîne de perles, avec chaque fois 5 (ou 10) perles de la même couleur.

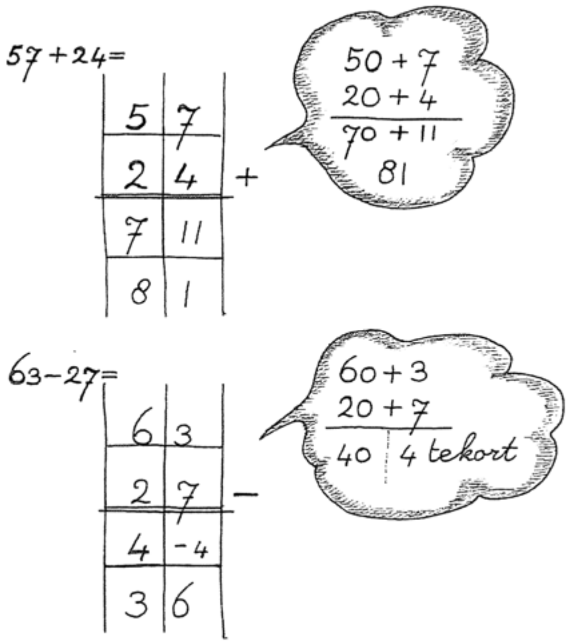
Pour la soustraction aussi, la ligne des nombres muette est bien utile, si les préparatifs – comme dans le cas de l'addition – sont exercées en mouvements. Lorsque cela est mis au tableau – on peut même incliner la ligne des nombres de manière suggestive – on peut regarder combien de bonds on a faits en arrière. Cela peut troubler, parce que pour soustraire, on doit maintenant ajouter. Mais si la soustraction trouve son origine dans une question comme : « un livre a 47 pages et je suis arrivé à la page 23, combien de pages ai-je encore à lire ? », alors le comptage (feuilleter le livre) est une affaire tout à fait parlante.
L'utilité de la ligne des nombres muette comme feuille de brouillon, où l'on voit chaque fois ce que l'on fait, vient bien à propos. La question doit d'abord être : « Que doit-on retirer de 47 pour garder 24 », où l'on cherche « l'élément actif ». Puis seulement la question : « Qu'est-ce que

je garde de 47 (perles) en retirant 23 (perles) ? La figure suivante montre des variations de bonds possibles :



Méthode des colonnes

Le calcul en colonnes est une belle forme. Ce n'est pas une manière de calculer par écrit mentalement, mais une méthode pour compter les unités et dizaines séparément. Sur papier cela devient :



Deze methode is voor de kinderen veel beter
te doorzien dan de splitsmethode, waarvoor
vaak gekozen wordt :

→ 43 + 12 ;
40 + 10 — dat lijkt nog makkelijk
3 + 2 .... — te gaan, evenals:

→ 58 − 17 ;
50 − 10 — maar maak nu eens
8 − 7 .... — de som :

→ 52 − 29 ;
50 − 20
2 − 9 .... daar loop je vast!

Dans toutes ces situations, il est clair que le calcul mental, c'est calculer dans la tête (par cœur) ; mais c'est aussi mettre au point une manière de calculer où l'on cherche constamment les méthodes les plus adéquates pour résoudre les problèmes de calcul. Apprendre aux enfants une technique qui peut être faite par une calculatrice, n'est pas trop difficile. Percer les structures, pouvoir se retrouver soi-même dans la question est digne d'une didactique de l'école Waldorf.

Kees Boeke (« De werkplaats » in Bilthoven) a dit un jour à un jeune enseignant qui donnait une leçon de calcul : « Monsieur, vous vous placez du côté du problème, mais si vous alliez vous placer du côté des enfants, et regardiez ensemble comment saisir la question ». Beaucoup d'exemples de ce livre peuvent être regardés dans cette optique.

Deviner et évaluer

Si le calcul doit s'approcher de l'enfant autant que possible, deviner et évaluer sont des activités essentielles.

« Je pense à un nombre, il est plus grand que 40 et plus petit que 100 ». Les enfants peuvent proposer un nombre chacun à son tour. Très vite, on aperçoit celui qui possède la structure de la suite des nombres.

Dans les petites classes principalement, deviner ne signifie encore rien d'autre de que de crier quelque chose pour impressionner les autres. Si l'enseignant donne trop d'importance à cela, il ne favorisera pas une bonne perception des enfants. À la place du mot deviner dans ce jeu, on pourrait plutôt parler « d'approximer ».

Un bon soutien visuel pour les approximations durant le jeu peut être de placer les nombres nommés sur une ligne des nombres muette. Pour l'enfant, c'est un exercice merveilleux de voir que l'espace autour du nombre à trouver devient de plus en plus petit. Naturellement, les enfants peuvent aussi penser à un nombre, et l'instituteur peut alors aussi montrer à quel point sa propre approximation peut être mauvaise.

Dans la vie pratique, calculer en évaluant peut venir bien à point.

« Demain, ce sera la fête à la maison. Il faut aller acheter du pain. Pauline, va chercher 5 pains de campagne s'il te plaît. Voici 10 euros. Un pain coûte 1,95 €... hé... as-tu assez ? » Lorsqu'on a appris à évaluer, on dit : « de 1,95 €, je fais 2 € ; c'est donc 5×2, ce qui fait environ 10 €..., un peu plus ou un peu moins ? On a arrondi vers le haut, donc le nombre est un peu trop grand : oui, j'ai assez ! »

En travaillant ainsi, les capacités comme *reformuler, traduire et compenser*, qui sont nécessaires pour évaluer, peuvent être développées. Pour évaluer, on doit souvent faire appel aux quantités qui offrent une référence facile. Pour bon nombre de gens, c'est la monnaie est utile pour cela.

Les mesures sont également des nombres de référence : 3 fois plus grand que la chambre ; cela coûte 6 semaines d'argent de poche ; c'est bien 3 fois le terrain de foot ; c'est environ aussi loin que de la gare à l'école.

Ne pas commencer le calcul écrit trop rapidement

En dessous de 100 – et un peu au-dessus – il n'est pas nécessaire de développer les techniques du calcul écrit. Il ne faut donc pas le faire. Cela rend les enfants dépendants de la « technique » [?] et déplace l'attention sur chaque chiffre du nombre, ce qui fait que les nombres ne sont plus vécus dans leur valeur réelle. **?**

L'emploi d'une feuille (de brouillon) comme aide-mémoire, est un soutien important pour dompter le calcul mental.

> Si un enfant a sa manière à lui, pratique, et calcule par exemple $83 - 37$ comme : $83 - 40 + 3 = 46$. Il n'y a pas lieu de la remplacer par celle de la classe. Mais pour les enfants qui ont une base peu solide, la manière « sécurisante » de la classe leur donne justement de l'assurance.

De temps en temps, quelques rapides petits problèmes de calcul mental

Ce qui précède part du principe que, dans toutes les situations en dessous de 100, les enfants calculent mentalement. C'est un point de départ, qui est le fondement d'une didactique du calcul consciente et qui propose beaucoup plus de contenu que simplement de temps en temps quelques exercices de calcul mental. D'autre part, les enfants trouvent la plupart du temps passionnant de pouvoir montrer leurs connaissances. Un court moment de calcul mental a donc toute sa valeur de temps en temps.

> Il est certainement bon de commencer chaque matin avec quelques courts exercices de calcul mental pour éveiller les enfants au travail du calcul. Cela ne suffit pas d'exercer « le calcul mental ». Cela doit devenir partie intégrante de la pratique journalière du calcul. Parfois, on constate aussi que ce moment de calcul mental préétabli, chaque jour, dans la même partie du cours, se fait à la fin à contre cœur.

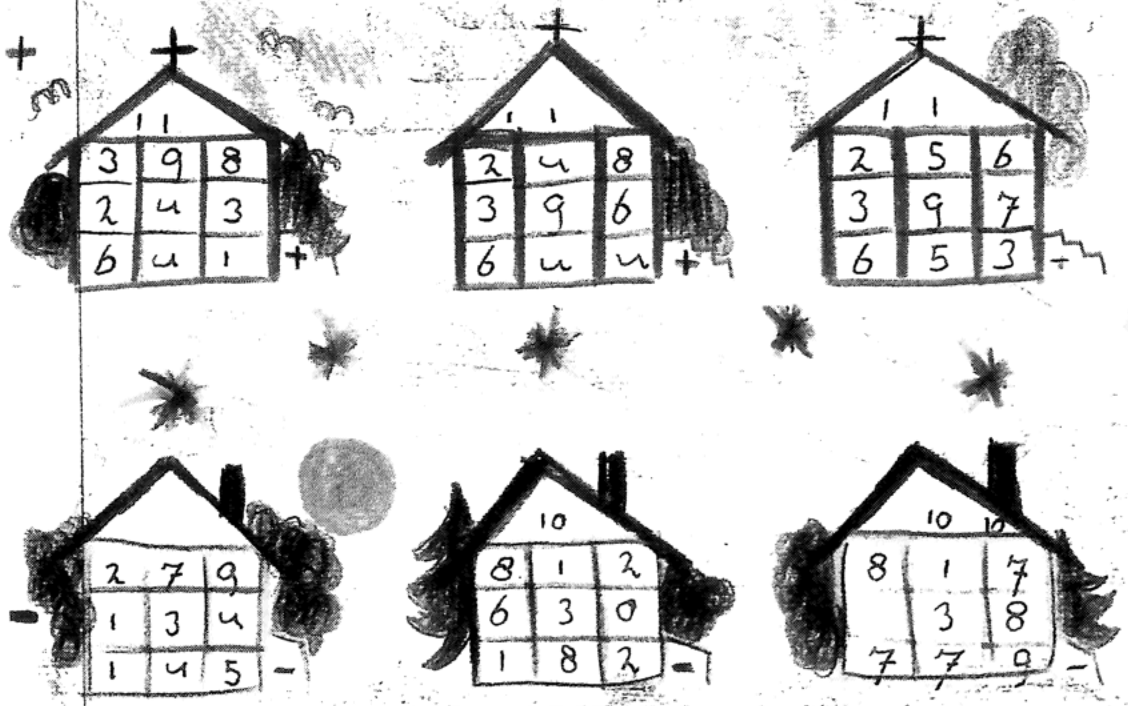
Chaque enseignant va imaginer des questions qui sont utilisables. Quand de tels exercices de calcul mental sont donnés, les enfants doivent savoir s'ils ont bien répondu aux questions ou non. Il est évident que les enfants peuvent écrire leur réponse sur une feuille de brouillon pour donner ensuite les bonnes réponses. Un inconvénient est cependant que même quand le calcul est répété, les enfants soient trop éloignés du moment où ils l'ont calculé : les réponses restent des nombres vides.

Il vaut beaucoup mieux, surtout dans les petites classes, qu'à chaque exercice, les manières de calculer et la réponse soient discutées.

En deuxième classe, le maître donne parfois un problème en chaîne. C'est une suite de questions, où les enfants ne peuvent pas donner les réponses intermédiaires : 4 + 4 = ... ; ajoutez 2 : ... ; multipliez ce nombre par 5, c'est ... ; divisez ce nombre par 2 ... ; retirez 7... ; quand on divise par 3, on obtient ...

L'instituteur parcourt la classe rapidement et écoute les réponses à l'oreille. Selon que la réponse est juste ou fausse, il donne un petit coup sur la tête ou pince le nez de l'enfant. « Quand est-ce que la réponse est juste ? quand tu reçois un petit coup, ou que je te pince le nez ? » Les enfants le savent lorsque le maître dit : « Tous les enfants qui ont reçu un petit coup disent la réponse ! » Alors on entend : « 6 ! ».

Mais ce n'est pas encore fini... L'enseignant demande à un enfant flegmatique dont la réponse est fausse : « Quelle était la question ? ». Pour un flegmatique, ce n'est pas difficile de retenir. Il le sait mieux que le calculateur rapide qu'est le sanguin, qui a déjà oublié toutes les questions. Quand celles-ci sont répétées, les calculateurs lents crient de tout cœur : « Oh oui, maintenant je l'ai aussi ! ». Et l'on demande à l'enfant mélancolique : « Où est-ce que cela n'allait pas ? C'est à la division par 3. » « Cela m'arrivait aussi toujours autrefois », avoue le maître honnêtement, et il dit à l'enfant mélancolique : « Tu dois simplement penser à $3 \times 6 = 18$*, parce que ça tu le sais depuis longtemps. » « Oh, dit l'enfant, alors je peux aussi ! » Mais quelques autres enfants crient déjà : « Maître, encore un calcul, encore un calcul ! »*



$\boxed{3612 : 6 = 602}$

602

3612
− 3000
612
− 600
12
− 12
0

500 500 500 500 500 500 → 3000
100 100 100 100 100 100 → 600
2 2 2 2 2 2 → 12
+
602

56 63 70 77 84
49
42
35
28
21
14
7

318	734	213
4 ×	5 ×	2 ×
1272	3670	426

567	312	478
14 ×	17 ×	23 ×
2268	2184	1434
567• +	312• +	956• +
7938	5304	10994

2 Les tables

« La multiplication vient à peine d'être introduite que l'on amène les enfants à s'approprier les tables comme matière pour la mémoire », explique Rudolf Steiner.

Introduction

Les tables de multiplication prennent une place à part dans le calcul à l'école Waldorf. Il s'agit non seulement du calcul, mais aussi de la formation de la mémoire. Par le rythme des nombres, qui se trouve à la base des tables, l'exercice rythmique travaille directement comme fortifiant sur le corps éthérique et contribue de ce fait au fondement de la mémoire.

Dans les trois premières classes, on ne s'adresse que progressivement à la conscience (temporelle) de jour. La conscience enfantine est encore encastrée dans la partie médiane, le système rythmique ; de ce fait, c'est encore une conscience de « rêve ». Nous stimulons cette consciente dans un premier temps en plaçant les tables entièrement dans le mouvement rythmique. À partir de là, l'apprentissage des tables se fait de manière plus éveillée et est emmené dans une conscience (temporelle) qui repose plus sur une pensée réveillée à laquelle nous nous adressons de manière de plus en plus directe à partir du passage à la 9e et ensuite à la 10e année.

Provenant du comptage et des opérations de base, la matière se développe autour de la multiplication parallèlement, en partie avec les tables de multiplication et en partie avec leur exercice rythmique.

Le professeur se doit de devenir conscient des relations qui s'établissent alors. Les tables de multiplication ont ainsi une place dans le calcul à l'intérieur de trois domaines.

Tout d'abord, il faut mentionner la relation qui existe entre la régularité des tables et la rythmique du mouvement. Mouvements et tables sont indissolublement liés.

En deuxième place, les structures multiplicatives, qui sont utilisées fréquemment dans le calcul des tables, sont étroitement connexes avec des qualités, comme celles qui ont eu un rôle important dans le calcul de la première classe (voir page **??** du chapitre 2 – non traduit à ce jour).

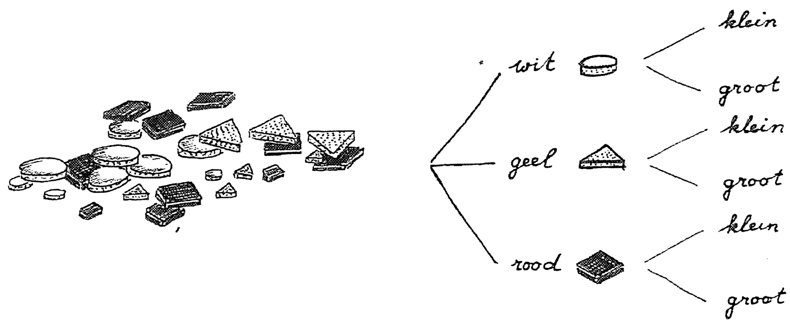
Finalement, l'étude des tables offre, entre autres au travers de la découverte des structures et « des régularités », la possibilité de montrer la beauté des mathématiques. Il suffit de voir, par exemple, l'étoile des tables qui a été représentée à la page **??** (partie non encore traduite). Et à la page 19, où la rythmique d'un jeu moteur fait par les élèves a été mis en image .

La multiplication

Avant de décrire « le travail autour des tables » dans les classes, regardons d'abord le développement par lequel passe l'opération de multiplication. Commençons par penser ce qu'est multiplier. Avec la définition mathématique « une multiplication est une addition répétée », nous touchons bien le noyau, mais nous n'avons encore rien dit du point de vue didactique. Nous pouvons probablement trouver une indication chez les mathématiciens d'un lointain passé. Dans l'ancienne Égypte par exemple, la division 45 : 5 a été reformulée par la question : compte de 5 en 5 jusqu'à 45. Réponse : 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45. Combien d'étapes ? Neuf ; Par conséquent, $9 \times 5 = 45$ et $45 : 5 = 9$. Voici donc comment compter, compter par saut, multiplier et diviser sont reliées d'une manière naturelle. Celui qui regarde bien voit aussi dans ce qui précède la table de 5 (sous forme de suite).

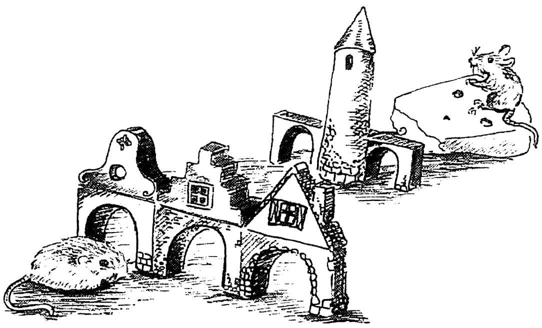
Notre question était : qu'est-ce que la multiplication de manière précise. Et bien, multiplier est une opération qui est à considérer comme une addition abrégée.
Mais il y a plus. Tout autour de nous, certaines formes invitent à additionner de manière pratique en abrégeant. Prenons l'exemple du rectangle de points ci-dessous (question : combien de points ?)

Que ce soit la cour dallée de l'école, les carreaux dans la fenêtre, les croisements de la grille ou des oeufs dans une boîte, on a à faire à une structure multiplicative. Compter les nombres (de points, de dalles, de carreaux et ainsi de suite) conduit à multiplier. Ces exemples ont tous la même structure ; il s'agit en fait (de l'aire) d'un rectangle.
Il y a aussi d'autres structures multiplicatives. Considérons par exemple le diagramme en arbre que l'on peut dessiner pour le problème suivant. Dans un jeu, on trouve des pierres de construction. Il y a des pierres blanches, rouges et jaunes de deux formats : grandes et petites. Combien de sortes différentes peux-tu choisir ?



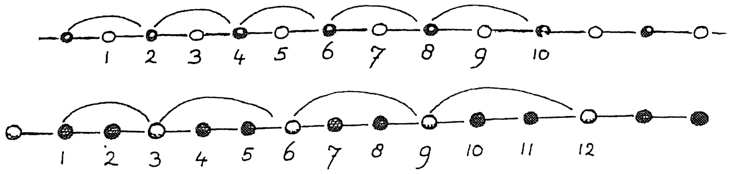
Comment comptes-tu ? Que tu aies les pierres près de toi ou non, compter les sortes repose sur une bonne organisation. Par exemple : prends un bloc blanc, alors tu as deux possibilités, blanc-grand et blanc-petit. Cela vaut aussi pour les blocs rouges et jaunes. Donc trois fois deux. Ou, plus simplement : $2 + 2 + 2$. Et tu peux naturellement compter un par un : blanc-grand et blanc-petit, rouge-grand et rouge-petit et ainsi de suite. Cela tu le fais plutôt tu si tu as les véritables blocs près de toi.
Voici une indication didactique ; celui qui veut amener les élèves du comptage à la multiplication et travaille avec du matériel concret doit leur laisser faire le pas entre compter chaque chose séparément jusqu'à compter par petits groupes. Par exemple combien as-tu de petits groupes de deux. De cette manière se forment également les notions linguistiques une fois, deux fois, etc. Sans matériel concret, donc en travaillant plus avec la représentation, alors c'est une structure qui fait appel à l'opération « multiplier ».

On retrouve presque même la même structure dans le problème « souris-et-fromage » : une souris peut atteindre le fromage de différents façons. Sur la première partie du chemin, elle peut choisir entre trois portes, sur la deuxième partie entre deux portes. De combien façons, la souris peut-elle arriver au fromage ?

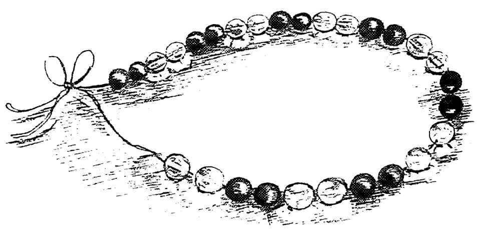


Op hoeveel manieren kan de muis bij de kaas komen ?

La structure multiplicative que l'on peut représenter par des sauts sur la ligne de nombres est d'un autre caractère.

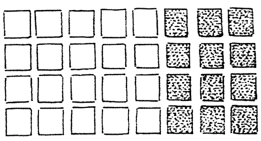


Celui qui compte dit quelque chose de ce genre : un, **deux**, trois, **quatre**, cinq, **six**, ou, dans un autre rythme : deux, quatre, six, huit. Ce même travail de comptage peut s'effectuer en comptant par deux les perles du collier suivant.



Cette structure convient aux mouvements qui sont accompagnés par des modèles et rythmes réguliers. C'est de cette manière que les élèves de l'école Waldorf font sans s'en rendre compte leurs premières expériences avec les tables.

Les structures multiplicatives évoquées ci-dessus n'ont pas été visualisées pour rien. Les enfants le font aussi lorsqu'ils peuvent mettre par écrit leurs expériences de comptages ou de mouvements en lien avec les tables (sous forme de suites) rythmiques. Lorsque ces structures ont été visualisées, on peut y chercher ultérieurement un soutien. Par exemple pour trouver une stratégie de calcul ou se rappeler une propriété.

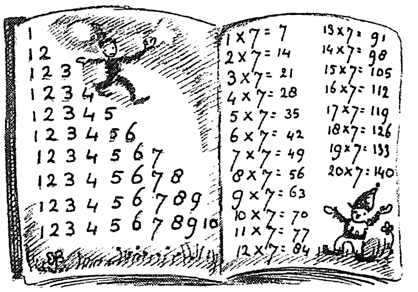


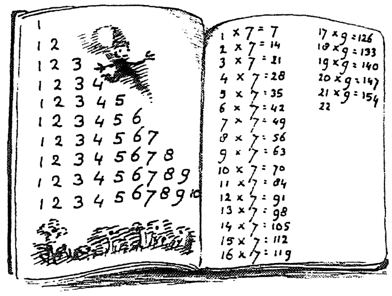
Ne vois-tu pas facilement que 4×8, c'est la même chose que $4 \times 5 + 4 \times 3$? Et cette propriété ne l'utilises-tu pas si tu veux compter rapidement le nombre de carreaux : $20 + 12$ qui est 32. Ah oui, il y en a 8×4 !

Si on la considère de ce point de vue, la multiplication naît (directement) du comptage. De ce point de vue, le travail préparatoire pour les tables est captivant et intéressant. Bouger et compter ! La chemin via l'addition répétée, par lequel les tables sont construites pas à pas et sont mémorisées, n'a rien d'ennuyeux !

Il y a encore plus à dire. L'attention pour les structures multiplicatives est comparable avec l'attention qui a été consacrée « aux qualités » durant la première classe (voir p.**??**). À ce moment-là, il y avait la conviction que les nombres sont plus que des représentants (nus) de quantités (abstraites). Ils représentent par exemple aussi les belles formes dans la nature et racontent une histoire de la pensée. Pour la multiplication, il y a quelque chose de semblable. C'est non seulement une opération arithmétique avec des nombres (nus) qui possède un résultat précis. Multiplier, cela représente des mouvements entre autres rythmiques, de beaux modèles et structures et est le résultat d'un travail de réflexion face à de fastidieux problèmes comptage.

Le territoire de la multiplication est beaucoup plus vaste que celui des tables. Les tables « vont » de 1×1 jusqu'à 10×10 (ou 12×12, nous allons encore en parler). À vrai dire, ce n'est pas vrai, les tables on peut les laisser continuer aussi longtemps que l'on veut.





Une faute s'est glissée dans le deuxième cahier. Qui voit la faute ? Qui peut penser comment cette erreur est venue ?

Mais la partie des tables qui nous devons connaître de mémoire a été limitée. Pourquoi les enfants doivent-ils apprendre par coeur ces 100 produits des tables ? La réponse à cette question est simple : les tables sont indispensables pour le calcul mental, les estimations et le calcul écrit. Ceci vaut du reste aussi pour les additions et soustractions jusqu'à vingt.

Il facile de cerner l'objectif de connaissance des tables. Tous les produits qui doivent être appris rentrent dans une table de 10×10.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Dans le courant de la troisième classe, lorsque les enfants ont acquis petit à petit cette connaissance des tables de manière consciente, plus « éveillée », ils peuvent utiliser les tables pour entretenir leur propre progrès. Il était déjà apparu en deuxième classe que les mêmes produits apparaissent deux fois. À vrai dire tu dois savoir seulement la moitié, en effet $5 \times 9 = 45$, mais aussi $9 \times 5 = 45$.

Quelque chose moins évident : $3 \times 8 = 24$, et aussi $6 \times 4 = 24$ (doubler et diviser en deux). Et regarde une fois vers la dernière colonne, la table de 10. Il n'y a pas beaucoup à « apprendre ». Comment est-ce que cela se passe avec l'avant-dernière colonne, la table de 9 ? Comment faire par exemple avec 7×9 ce produit fastidieux à retenir ? Alors, tu regardes dans la table de 7, $10 \times 7 = 70$. Tu vois que 9×7, c'est un pas de 7 en moins que 70 : donc 63.

> Avec les dernières considérations, on a avancé beaucoup plus loin que simplement les produits nus de la table. Les relations entre les tables ont été visibles. Ces relations aussi doivent faire partie de la connaissance des tables. Cela signifie qu'à vrai dire le tableau ci-dessus n'en donne pas une image correcte. La connaissance des tables doit être davantage vue comme un réseau (voir p. 22) de multiplications qui forme un ensemble sous toutes sortes de rapports.

Dans la deuxième classe, considérée depuis longtemps comme la classe des tables, on travaille principalement à implanter les tables dans la mémoire rythmique. À partir de là, plus tard dans l'année, la connaissance des tables sera réveillée toujours plus souvent. Cela signifie que nous laissons les enfants aussi reconstruire des produits. Par là, nous voulons dire que nous les laissons (se débrouiller pour) calculer des produits non encore mémorisés à l'aide de produits de tables qu'ils connaissent bien déjà.

Les enfants de la troisième classe peuvent faire leurs propres réseaux de tables, parfois en petits groupes, comme réalisations personnelles. Cela donne une bonne possibilité pour rappeler les connaissances encore une fois et prêter attention aux différentes manières par lesquelles les relations entre les produits (multiplications) peuvent se manifester.

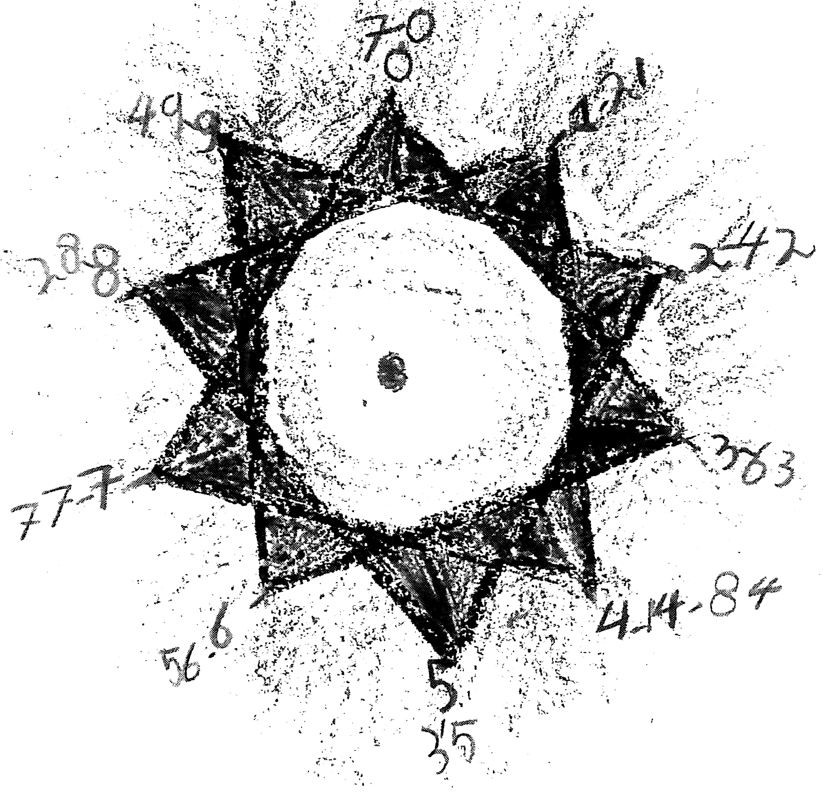
Des recherches ont montré que des enfants qui ont appris les tables de la vieille façon, ont inventé spontanément cette sorte de stratégies de calcul. Malheureusement on n'y consacre le plus souvent aucune attention et la plus-value qui en résulte pour le calcul mental et d'estimation se perd à nouveau.

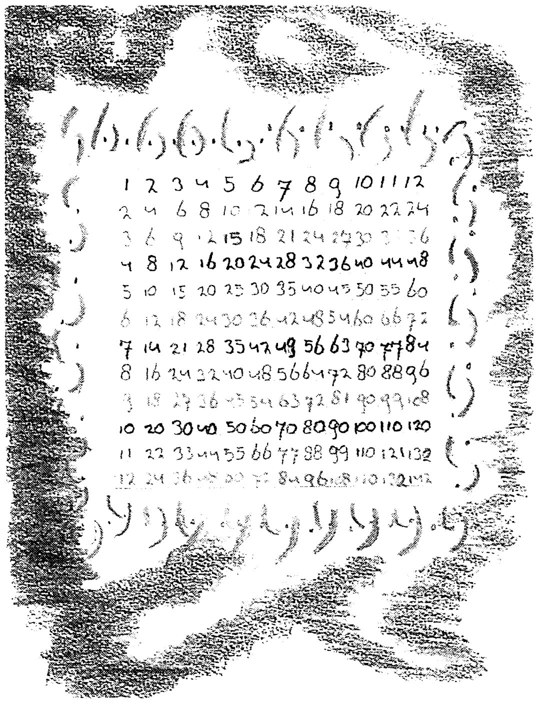
Ce travail aux stratégies de calcul, nous le provoquons en lançant des défis aux élèves, via des devoirs choisis de manière appropriée (ce qui pour un enfant est déjà connaissance acquise fournit pour un autre enfant une substance de calcul bien adaptée), et en leur donnant la parole pour décrire leur méthode de résolution. Naturellement avec l'indication pour les autres de bien écouter et si possible de comparer ou d'évaluer leur propre solution. Cela peut aussi bien se mettre par écrit, à l'aide du structures multiplicatives décrites ci-dessus. Tout cela se raccorde au travail de calcul ordinaire. De temps à autres, ont peut également porter sont attention sur des applications (voir la section 2.5).

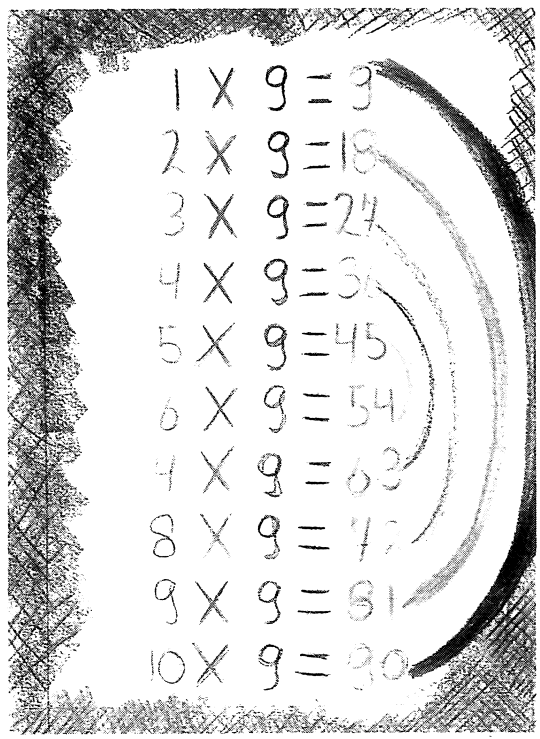
Du mouvement à la représentation

Après l'entrée dans le monde des multiplications et des tables par le comptage et la stratégie, prenons maintenant le mouvement en considération. Nous pouvons discerner cinq phases dans l'apprentissage des tables.
Nous amenons d'abord les enfants au travers du mouvement jusqu'au vécu de la suite des nombres, d'une table comme suite de nombres et d'une table comme suite des produits. Comment ceci marche-t-il ? L'adulte peut se représenter à l'avance un acte qui il va effectuer. L'enfant prend le chemin inverse. Il doit d'abord expérimenter de manière vivante le suite avant d pouvoir transformer ce vécu en représentation.

Il y a quelques les jours, après cette forte tempête automnale, nous avons ramassé les glands dans l'avenue derrière l'école. Je les ai utilisés durant les cours de calcul. Ils sont un peu plus grands que les haricots et ont peut en rassembler rapidement . Je leur avais raconté une histoire de lutins qui étaient si malins qu'ils pouvaient aussi bien calculer. Et je l'avais démontré avec Jacobus, notre lutin de chiffon qui sait toujours tout ce qui est arrivé dans la classe. Il semblait pouvoir étonnamment bien calculer avec moi. Aujourd'hui j'ai parlé des lutins qui ont rassemblé les glands dans la forêt pour les distribuer aux animaux durant l'hiver. Ils les récoltent par paniers entiers pour pouvoir les distribuer plus tard.







Nous l'avons reproduit en classe. Nous avons marché par la classe comme une longue guirlande. Chacun plongeait toujours la main dans le sac imaginaire qu'il portait et distribuait trois petits glands imaginaires dans le rond. Nous répétions alors chaque fois : Pe-tit-gland, Pe-tit-gland, Pe-tit-gland. Après chaque « gland » on plongeait la main dans le sac. De cette manière un rythme de deux courts suivi d'un long est *apparu spontanément. Mais alors on va aussi compter le nombre de glands que le lutin distribue et avec le même geste, nous comptons : 1 2 3 4 5 6 7 8 9... Et on en faisant cela on peut marcher sur un rythme de trois pas : court, court, long, court court, long, etc.*

De cette manière j'ai veillé à ce que les enfants puissent se sentir impliqués lors de l'exercice de « la suite de la table de 3 ».

Durant les jours suivants, j'ai mis de plus en plus l'accent sur la concentration au cours de l'activité. Les enfants ont expérimenté qu'avec l'exercice une attention leur était demandée : « Maaike, tu ne trouves pas que compter est difficile, mais est-ce que tes pieds sont d'accord ? Garde un oeil sur eux, car avant que tu ne le saches, ils comptent de travers ». Il s'agit maintenant de commencer tous ensemble de la même manière, avec le même pied, qui nous marchions dans le bon rythme et que nous terminions exactement tous de la même façon, avec le bon pied !

Lors de ce comptage rythmique, vous êtes à la recherche de formes appropriées de mouvements, dans lesquels quelque chose de la qualité des nombres peut encore être vécue. Mais vous veillez également que le mouvement soit exact de sorte que l'enfant puisse avoir prise sur les forces que vous souhaitez libérer par le mouvement. Vous savez que, durant la première classe, ce processus se déroule encore largement dans une « conscience de rêve », à l'intérieur d'une conscience rythmique reliée au mouvement et au langage naturels.

Ceci s'applique également lorsque la construction de la table sous forme de suite : 3, 6, 9, qui apparaît à partir de la suite des nombres lorsque les autres nombres ne sont dits, d'abord qu'en pensée et en suite plus du tout. Dire maintenant la table sous forme de suite à haute voix, également dans l'ordre inverse et avec de petits sauts, rapproche un peu de la conscience éveillée. Pour cette prise de conscience la règle est la suivante : quelque chose est vraiment maîtrisé lorsque « l'aller-retour » peut être fait. Autour de la deuxième classe, nous pratiquons la table comme une suite des produits. C'est une suite dans laquelle le « nombre de fois » est dit. C'est beaucoup plus abstrait. C'est la table de multiplication dans sa forme traditionnelle : $3 = 1 \times 3$ et $1 \times 3 = 3$ et ainsi de suite. Les mouvements qui servent de support peuvent souvent avoir le caractère suivant :

3	claquement des mains
=	les bras sont placés dans une postion de =
1	mains sur les épaules
x	croiser les avant-bras
3	claquement des mains

Tous ces applaudissements, frappements de pieds, marches et sauts comportent tout de même le danger de n'aboutir à rien d'autre qu'à la mémorisation sans compréhension d'une ritournelle. Dans la phase suivante (deuxième phase) il s'agit précisément de rendre conscient de ce qui peut être vécu au travers du mouvement. Cela peut être fait de plusieurs façons. Par exemple par des interruptions dans le mouvement.

« Les enfants, nous sautent maintenant avec la « suite de trois » à travers le ruisseau, d'une pierre sur une autre ». Quand nous étions à 18, j'ai soudainement dit : « Arrêtez, il y a un poisson. Maintenant, faisons quatre pas très doucement jusqu'à l'autre côté, sinon il va s'en aller. Je ne veux plus rien entendre. Ce n'est que lorsque nous aurons fait le quatrième pas que nous recommencerons à parler plus fort. Je suis curieux de savoir qui saura encore le nombre correct. » Et puis nous avancé de quatre grands pas. Et c'est alors qu'a résonné haut et clair : 30 !

Ce n'est pas seulement par l'interruption du mouvement, mais aussi au travers de toutes sortes d'applications qu'il peut être fait appel à la conscience ordinaire.

« Merian, Gerben, Indra et Elja, mettez une main en l'air. » ... « Tous ceux qui savent combien de doigts sont en l'air se lèvent ! Corrie, tu peux le dire. (... 20 ...) . Et toi Peter, qu'est-ce que tu en pense ? (... 20 ...) . Et toi ... ? Bon, parce que 4 fois 5, c'est 20. Maintenant, une fois encore tous ensemble pour que nous n'oubliions pas : 4 fois ... »

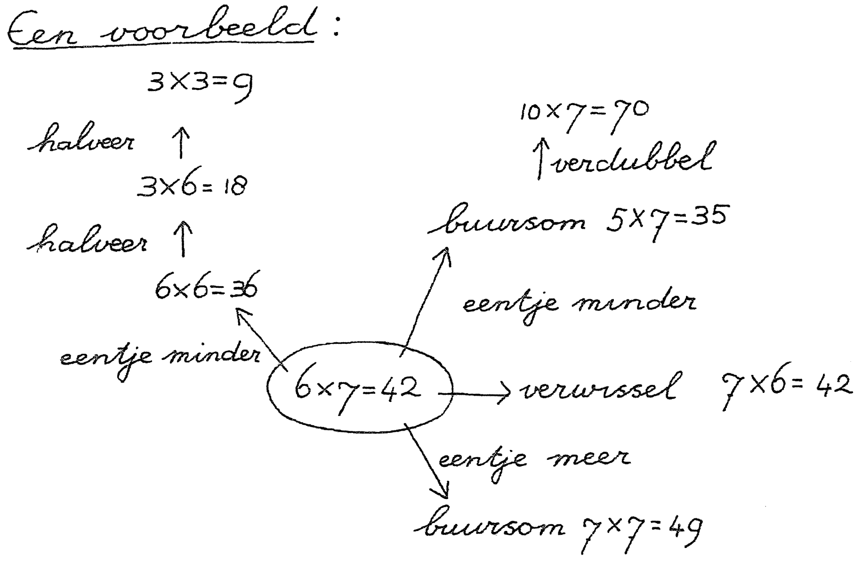
Ainsi, en faisant vite mettre les enfant debout, j'ai tout de suite vu qui maîtrise cela maintenant.

Dans la phase suivante (troisième phase), il s'agit maintenant *d'observer ce qui est devenu conscient*. La multiplication est étudiée plus avant dans des situations concrètes. On joue au chat et à la souris par exemple. À partir de la réalité, on observe des structures multiplicatives et on les examine à un niveau plus schématique.

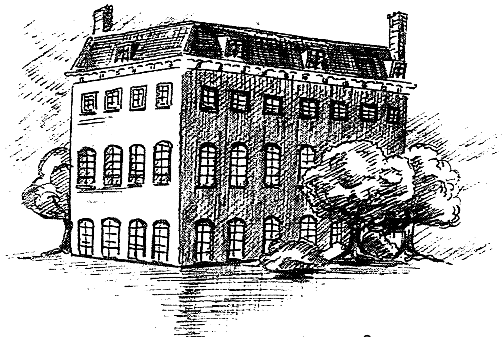
J'ai laissé mes enfants de troisième année créer eux-mêmes leurs propres réseaux de tables. Parfois, ils l'ont fait en petits groupes.

« 6×7. Qui le sait ? Ce n'est qu'à une étape de 5×7. C'est la moitié de ... ? ... (10 × 7)*, donc de ...* (70)*, ce qui fait ...* (35)*. Maintenant, je trouve 6×7 à partir de $35 +$ ...* (7) *donc ...* (42)*. » Ensemble, nous fixons le réseau...*

Un réseau de tables complet peut ressembler à ceci par exemple.



Les enfants apprennent également quelles situations donnent lieu à une multiplication.



Hoeveel ramen tel je ?

La prise de conscience a également lieu dans le travail écrit. Un élève ne peut rien faire individuellement s'il ne sait pas comment faire. Par contre dans un groupe, un autre du groupe sait peut-être.
Avec tout cela, on développe la connaissance des tables. Les situations d'application ne sont pas mises de côté dans le calcul mental et les structures multiplicatives peuvent avoir une fonction de modèle. De nouvelles tables (de produits) sont souvent apprises sur bases d'anciennes tables. Au cours de la deuxième classe, on travaille déjà à la mémorisation de plusieurs tables sous forme de produits.

La phase suivante (quatrième phase) peut être caractérisée par : *mémoriser et automatiser ce qui a été rendu conscient*. Maintenant, il s'agit d'exercer de manière ciblée. Durant la mémorisation des tables de produits, on peut aussi calculer ; on peut penser à l'exemple ci-dessus avec 6×7. On exerce maintenant de manière ciblée, avec la conscience de ce qui n'est pas encore connu. En outre, les élèves peuvent aussi s'aider individuellement entre eux ; en s'exerçant ensemble, ils doivent pouvoir avancer. Le calcul devient aussi une affaire sociale.

J'ai travaillé aujourd'hui avec des balles de tennis ; pour rattraper une balle il faut plus de conscience que pour un petit sac rempli de graines. J'énonçais un exercice de calcul, une pause, puis lançais la balle à l'un des élèves qui, s'il donnait la bonne réponse, devait me la relancer immédiatement. Je formulais pour cela une question que l'élève concerné avait la possibilité de résoudre.. Si vous ne connaissez pas déjà quelque chose au sujet de ce que les élèves savent, vous pouvez souvent le lire dans leur regard.
Ce faisant, vous éviterez aussi que les autres élèves s'imprègnent durant ce « jeu de sacs de graine ou de balle » de réponses mauvaises (mais entendues). En faisant jeter la balle en même temps que l'expression de la réponse, l'automatisation est préparée délicatement. Souvent, je posais mes questions de telles manières que des stratégies de calcul s'y retrouvaient implicitement (voir page **??***).*
J'ai également travaillé avec le calcul de la semaine. C'est un produit difficile, par exemple $56 = 7 \times 8$*, qui se trouvait bien écrit en grand sur le tableau au début du cours. Après la partie rythmique et après avoir fait disparaître le calcul en refermant les panneaux du tableau, j'ai demandé : « Qui a vu quel calcul était écrit au tableau ? ... Il s'agit d'une multiplication délicate de la table de 8 et également une question délicate de la table de 7 ... Qu'est-ce que cela peut être ? » Lorsqu'ils avaient trouvé, le tableau était réouvert.*
Ensuite, on a ajouté une (partie de) réseau de tables en fanfare [?]. Le tableau est resté ouvert pendant **?**
un certain temps, afin que chacun puisse l'examiner de près. À la fin de la leçon nous en avons parlé à nouveau. Le lendemain matin, il était toujours là. Encore une fois, nous en avons parlé et, solennellement, j'ai effacé le calcul. « Je me demande qui va saura encore tout à l'heure ce qui était écrit. » Plus tard, on a regardé les endroits où se trouvaient les différents calculs de la semaine : « Qui sait encore ce qui se

trouvait ici ? ... Et ici ? ... Et nous lui avions effacé, dans ce coin qui était Daari ... Et dans ce coin ? Nous avions commencé par ce calcul ? ... Et à cette place ? » Finalement, j'ai ouvert à nouveau le tableau et nous nous sommes réjouis des réponses données. Une telle cérémonie est effectuée quotidiennement. Au plus je parviens à rendre cela spécial, au mieux cela restera. Après chaque journée il y avait de moins en moins sur le tableau. Après quelques jours, il y avait même plus rien . Cependant, la cérémonie continuait toujours. « Qui sait ce qui se trouvait ici ... Et là ? »
Je fais cela en troisième classe pour stimuler la mémoire.

La mémorisation diffère de l'automatisation, ce de quoi il s'agit en fin de compte, par le fait que lors de la mémorisation, on peut encore calculer, alors que dans l'*automatisation*, à côté de l'imprégnation de faits, il s'agit surtout d'arriver à *avoir prise* sur ce qui est déjà *inscrit* dans la mémoire rythmique. Ce qui contribue à cela, c'est l'apprentissage des tables par la formation de la mémoire temporelle. L'enfant pourra à la fin disposer librement d'un réseau de relations de faits arithmétiques. Il pourra y « faire appel » selon son bon vouloir et, actif dans sa pensée, les utiliser concrètement dans des problèmes arithmétiques. De cette manière, la volonté se manifeste dans la pensée. Ce développement est nécessaire. L'enfant sera mieux à même plus tard de donner consciemment (à partir de son Je) une direction à ses représentations et ses actions. Il faut apprendre à laisser le vrai grandir au delà des sentiments de sympathie et d'antipathie qui soutiennent la vie des représentations à partir de l'âme.

Sur le tableau, j'avais écrit trois fois, pêle-mêle, les nombres de la table de 6. « Quel groupe, celui près de la fenêtre, celui du côté de la porte ou de celui du milieu, pourra effacer les nombres de son panneau en suivant l'ordre de la table ? Vous ne pouvez venir devant que lorsque l'élève avant vous a effacé le bon nombre. »
Steiner donne cet exercice particulier pour les flegmatiques. On s'adresse au colérique dans l'exercice suivant.
La classe s'est mise en rang. Kay était devant avec sa petite stature trapue. Les élèves étaient occupés à réciter une table de produits. Chaque fois qu'un nombre de la table résonnait, la classe faisait un pas en avant et Kay deux pas en arrière. Mais après chaque produit, Kay donnait un mauvais nombre et faisait un pas en avant. Les autres devaient alors répéter ce nombre avant de dire le prochain produit de la table. Lorsqu'un enfant faisait une erreur, toute la classe devait faire un pas en arrière.
J'ai aussi travaillé avec des fiches. Ce sont des cartes au format de carte postale, avec d'un côté une question et de l'autre la réponse. Je montrais une carte en l'air, mais si brièvement qu'on avait pas le temps de calculer. Chacun devait alors trouver la réponse et l'écrire.
J'ai donné aux calculateurs faibles une pile de telles cartes sur leur banc. Alors que je tournais dans la classe pendant le travail écrit, j'ai travaillé individuellement avec un de ces enfants. Parfois, je commençais par la réponse, puis de nouveau par la question. J'ai fait en sorte que la pile soit mince et j'enlevais chaque carte dès que l'enfant en connaissait la réponse. Il pouvait ainsi voir que la pratique donne des résultats.

Enfin, il y a l'étape (la cinquième) de *consolidation* et de *maintien à disposition*. L'arithmétique est une matière qui s'éveille et se développe par l'intérmédiaire de l'organisme de mouvement de l'homme. De même que pour cet organisme de mouvement, « ce qui n'est pas pratiqué, se perd ». Par conséquent, cette phase dure jusqu'à la fin de l'école. Les connaissances acquises doivent être entretenues et stimulées régulièrement (les sources de compréhension, qui font de la connaissance des tables une infrastructure, ne peuvent pas non plus s'assécher !). Ceci s'applique en particulier dans les situations d'applications qui peuvent être de nature arithmétique ou réaliste.

Il est clair que les cinq phases précitées peuvent être clairement distinguées, mais qu'elles ne peuvent pas être séparées au cours de l'enseignement. Il se passe même souvent que, au cours de la même partie d'un cours, un élève est dans une phase différente de celle de son voisin ou de sa voisine.

Il est important que nous nous rendions compte des possibilités que nous avons d'amener les enfants en contact avec les tables.
Parcourons encore une fois le calcul avec les tables selon ce qui se manifeste dans les différentes classes.

La pratique en première classe

En première classe, le calcul est encore dominé par le vécu des qualités des nombres, des structures et des séries de nombres. Et on aborde aussi bien sûr certains aspects des tables, parce qu'ils ont tout simplement leur place dans cet ensemble. Mais ils ne sont pas traités comme une composante distincte de du calcul. Ce qui a le plus d'importance, c'est la structuration, l'apprentissage de suites de nombres (y compris les tables) et le calcul jusque 20 (24).

Le vécu des tables

Marcher des rythmes

La mise en évidence des rythmes de deux et trois dans la suite des nombres fait partie des « exercices de base » de la première classe. Mais en réalité, ce n'est pas si évident pour les enfants à marcher en rythme 1 2 **3** 4 5 **6** une séquence... Il faut d'abord préparer le fait de frapper dans les mains ou de marcher sur un rythme. Laissez les enfants marcher d'abord dans le rythme répétitif de 1 **2** 1 **2** 1 **2**... et 1 2 **3** 1 2 **3** 1 2 **3**... avant de marcher l'ensemble de la table. Avant cel, en dehors du calcul, les enfants peuvent pratiquer un rythme en tapant des mains ou en marchant. Pour cela, des poèmes et des comptines dans un rythme fixe sont bien appropriés. C'est ainsi que dans la première période de calcul on peut récolter les fruits d'exercices rythmiques de la (généralement) précédente période de langue.
[...]

La pratique en deuxième classe

La deuxième classe est appelée la classe des tables. Toutes les tables apparaissent, bien que cela ne signifie pas que tous les élèves devraient toutes les connaître par coeur à la fin de la deuxième classe. On recherche autant de connaissances actives que possible dans ce domaine, acquises par l'exercice des tables sous forme de suites tirées du mouvement et consolidées durant la reconstruction des tables comme produits sur la base de points d'ancrage (tables connues) et de stratégies de calcul. La première connaissance est mémorisée sous forme de suites (tables entières), dans le second cas, il faut considérer des réseaux de produits de différentes tables.
La connaissance des tables elle-même, la façon dont cet objectif est atteint, la façon de favoriser la mémorisation et l'approche d'une connaissance assurée sont différentes dans les deux cas. Dans la deuxième classe, les deux aspects du travail des tables peuvent être considérés comme

complémentaires. Chaque enseignant doit sentir dans chaque période là où l'accent doit être placé. L'élément décisif est ce que les enfants montrent en allant vers la troisième année, où la connaissance des tables est disponible comme réseau de relations [?]. **?**

Jusqu'où faut-il aller avec les tables ?

En deuxième année, les tables sont mémorisées, ce qui veut dire que les enfants apprennent par coeur les multiplications jusqu'à 100 (ou144). Jusqu'à 100 ou 144 ? À dix fois, ou douze fois ? Quel est le nombre de base, 10 ou 12 ?

Il y a beaucoup à dire sur le rythme de douze. D'une part, il se relie à l'aspect cosmique de la constitution (astral) de l'enfant. Les anciens Babyloniens ressentaient encore la connexion entre le côté plus spirituel (je - astral) et le côté plus terrestre (physique - éthérique) de l'homme. Ils ont exprime cet aspect « à moitié au-dessus du physique » du monde des nombres par leur système sexagésimal dans lequel on compte sur la base des nombres 6 et 10. De ce lien entre le spirituel et le terrestre, nous en retrouvons un pâle reflet dans les 12 mois de l'année, les deux fois douze heures d'une journée et les 60 ou 12×5 minutes d'une heure. L'année de 360 jours avec en plus cinq jours terrestres (de fête), nous avons cessé depuis longtemps de la connaître. Cette expérience cosmique du rythme de douze est encore proche des enfants.

En outre, il y a cependant, la réalité pragmatique du 10, exprimés dans les dix doigts des mains, sur laquelle se base le système décimal. Le système décimal est beaucoup plus « terrestre » que celui basé sur « douze ». Que choisissez-vous maintenant ? Voulez-vous que tous les enfants deviennent « terrestres », qu'ils soient maintenant en mesure de s'y retrouver dans ce monde. Dans ce cas, vous ne pouvez pas ignorer la dizaine « terrestre ». D'autre part, l'exercice des tables jusqu'à 10 conduit les enfants à penser une « table » comme une suite de nombres avec dix multiplications, alors que la table est en fait une suite infinie. Et précisément le passage à 12 fois empêche cette pensée. Une bonne solution serait d'exercer les tables jusqu'à 12 fois, mais de donner un accent particulier jusqu'à 10 fois durant la mémorisation. De cette façon, nous offrons aux enfants un « point d'appui » qui est tout simplement indispensable pour le calcul.

Pour les rythmes de 2 et 3 dans les suites où l'on compte et dans les tables rythmiques, cela peut convenir au début d'aller aussi au-delà de 12 fois. Cela tient un peu à votre perception de savoir quand vous faire apparaitre une table « plus longue »

Il y a aussi un argument pratique pour exercer les tables jusqu'à 12 fois. Pour les calcul jusqu'à 20 (24), 12 est un nombre qui se structure de bien plus de manières que 10. Si « 12 fois » sonne familièrement aux oreilles, les enfants saisiront également cette opportunité plus souvent.

Mais automatiser, il n'est nécessaire de le faire que jusqu'à « 10 fois ».

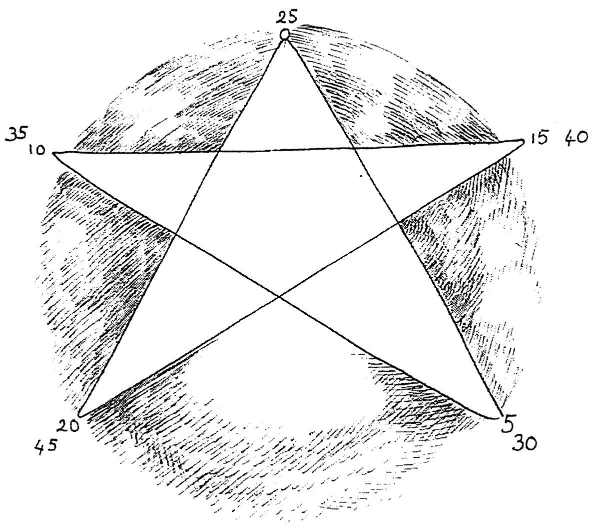
Expérimenter les tables à partir du mouvement

Les tables sous forme de suites de produits peuvent être pratiquées en deuxième classe au travers de formes spatiales. En première classe, on a déjà commencé prudemment avec cela. Les nouvelles formes ajoutent à l'élément rythmique un aspect de compréhension et de concentration : il faut savoir ce que l'on va faire.

Par exemple, la table de 5 que l'on veut travailler va sortir de l'étoile à 5 branches.

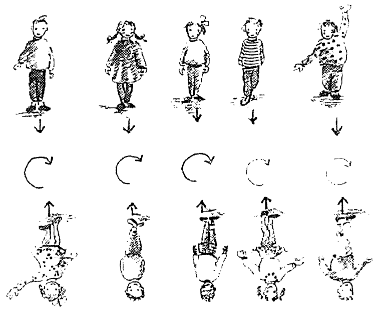
D'abord, nous sommes dans un cercle. « Les enfants, faites comme moi. » Nous commençons à compter.

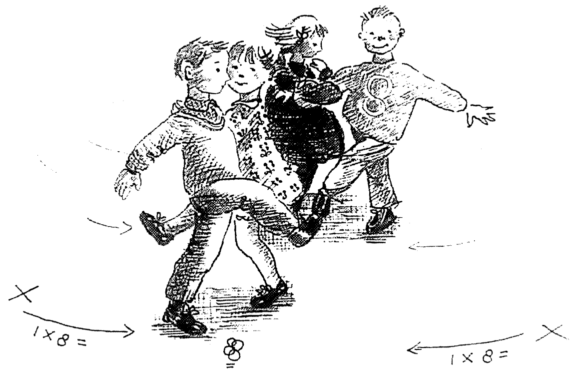
À chaque multiple de 5 je claque dans les mains. Certains enfants qui captent cela, vont le faire avec moi. « Qui a remarqué quelque chose de plus avec ces claquements de mains ? les enfants, nous allons maintenant marcher, mais avec les nombres de la table de 5 nous claquons donc des mains (plus tard, restons sur place) » . Le lendemain : « Qui se souvient de ce que nous avons fait hier avec la table de 5 ? » Nous marchons à nouveau dans le cercle. « Les enfants, nous allons faire différemment maintenant. Mariska pendant que nous comptons tu va en cinq pas chez Michael. Bien. Maintenant Michael se dirige pour les cinq nombres suivants chez Anja (etc.). » Dans le cercle une étoile « marchée » à cinq branches apparaît. « Qui a vu quelle forme nous avons fait apparaître en marchant ? » ... Je fais rentrer les cinq enfants d'un pas à l'intérieur du cercle et leur fais montrer avec leurs bras la direction dans laquelle ils ont marché. Puis on recommence avec un autre groupe. Le lendemain, après nous être d'abord rappelés de la journée précédente et après avoir répété la marche, cinq enfants peuvent parcourir la forme en même temps pendant que nous comptons. Au milieu, il se produit de la confusion, et ensuite de la surprise parce que c'est possible sans (nécessairement) toucher l'autre. J'ai ensuite formé différents groupes de cinq enfants.



Lors de chaque chemin qu'ils parcourent, les enfants disent un produit de la table de 5.

Voici un exercice d'une tout autre nature. Les enfants sont placés en deux rangées face à face. Tout en disant la table, les enfants marchent l'un vers l'autre, accrochent leurs bras, tournent (d'un demi-tour ou d'un tour complet) l'un autour de l'autre et reviennent en ligne.





Ne suffit-il pas d'exercer les tables sous la forme « traditionnelle » $3 \times 6 = 18$ *?*

Quelle peut être la signification de travailler en même temps avec $18 = 3 \times 6$ *? Du point de vue de la mémorisation, cela signifie encore une fois autant de faits mathématiques à connaître, dont la moitié est un défi pour ceux qui ont des difficultés. Que cette dernière forme est plus proche de la « décomposition analytique » partant de l'ensemble » ne peut guère être un argument ici. On travaille ici en effet de manière rythmique ici et pas analytique.*
Un argument en faveur de cette dernière forme pourrait être qu'elle se relie avec la multiplication comme c'est elle est indiquée pour les tempéraments : « 12, combien peut-on en faire de groupes de 3 » (voir page **??***). De cette manière, on pose également une base pour la division. En calcul mental (combien font* $18 : 6$*, et plus tard même* $186 : 6$ *?) et encore plus dans le calcul estimatif : « Estime combien de fois 3 vont dans 62 ». Il y va bien 20 fois, parce que* $60 = 20 \times 3$*. Diviser est ainsi une forme de « sur-multiplier » [?].* **?**

Développer la conscience de l'expérience

Exercer dans le silence
Les exercices en mouvement ci-dessus reçoivent un accent supplémentaire, celui de rendre conscient, lorsqu'ils se font en silence. La consigne peut par exemple être :

∗ Faites la forme en silence en disant la table en vous-même. Lorsque je lève la main, vous continuez à voix haute.
∗ Lorsque je dis « Stop ! », vous vous arrêtez où nous nous sommes arrivés.
∗ Je veux seulement entendre un produit sur deux.

Ces variantes silencieuses des formes en mouvement augmentent la concentration et aide à intérioriser la connaissance.

Vous pouvez maintenant également établir un lien entre l'apprentissage des suites de nombres de la table et les réseaux [de relations] entre les tables. Travailler avec les stratégies mentionnées ci-dessus, tels que « doubler » ou « échanger » renforcent également le moment de prise de conscience dans le mouvement.

Exercer en cercle la stratégie : une fois de plus ou de moins

On parcourt en cercle la table de 6 par exemple. Au milieu se trouve un enfant qui dit : $1 \times 6 = ...$; $2 \times 6 = ...$ et ainsi de suite. À chaque réponse, les enfants font un pas dans le sens du parcours du cercle. Dans un certain nombre de cas, vous dites :

∗ Stop, où êtes-vous ?
∗ Un pas en arrière
∗ Où étiez-vous ?
∗ Deux pas en avant.
∗ Où êtes-vous maintenant?

Dans ces formes en mouvement, on provoque chaque fois un éveil de l'enfant.

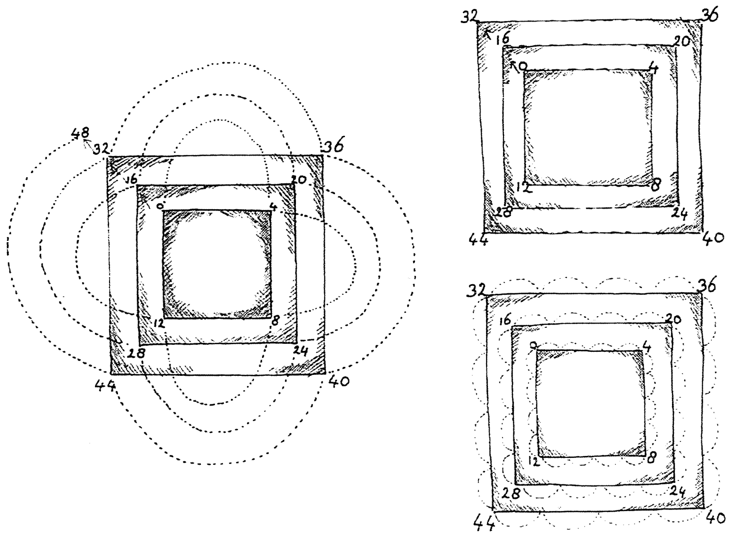
Doubler

Les enfants se tiennent sur une rangée. Le premier enfant s'avance et dit : « un », puis lève les deux mains et dit : « deux ». Mains à nouveau en bas.

L’enfant suivant vient le rejoindre, ensemble résonne « deux », ils lèvent deux mains et disent : « quatre ».
Viennent ensuite les combinaisons : quatre enfants et huit bras, et ainsi de suite.
Il va de soi que l’on peut aussi prendre ici des exercices effectués en première classe. Le moment de conscience va de plus en plus se manifester au premier plan, tandis que le travail collectif au sein d’un (plus) grand groupe peut fournir un soutien aux élèves moins sûr d’eux.

La prise de conscience à travers les travaux écrits

Tous les exercices précédents peuvent donner lieu à autant de dessins. En outre, la deuxième classe est par excellence la classe pour apprendre à connaître la beauté et le rythme des tables de multiplication. Les formes qui ont été pratiquées en mouvement, peuvent être magnifiquement dessinées, comme par exemple dans la table de 4.
Les enfants avaient parcouru trois carrés. Ils les dessinent maintenant et y ajoutent les nombres. Ensuite, ils indiquent les étapes de la table par des arcs de cercle ; éventuellement, ils inscrivent ensuite le nom (nombre) de la table dans les carrés.



Secrets des tables

Lorsque les tables sont dessinées et écrites, on peut aussi chercher les « secrets » des tables. Par exemple, tous les nombres de la table de 5 se terminent par un 0 ou un 5.
Plus tard, lorsque l’on développe les connaissances personnelles jusqu’à 10×10 ou 12×12, ces petites recherches ont également un effet bénéfique sur la connaissance des tables. La découverte d’un secret peut soudainement entraîner un élargissement de la connaissance. La commutativité en est l’exemple le plus fort.

Exercices

* Tables sur le tableau : ceux qui connaissent la table se retournent et récitent la table avec leur dos tourné vers le tableau. Parfois, en agissant ainsi, nous « nettoyons » trop le chemin des enfants qui ne connaissent pas les tables. Donnez alors à chaque enfant sa propre feuille d’aide

sur laquelle il colore ce qu'il sait déjà. Avec une telle feuille vous pouvez voir directement ce qu'ils savent déjà.

* Vous pouvez aussi prendre ce qu'ils savent comme points d'appui et laisser de côté les produits difficiles, de manière à provoquer cette stratégie du point d'appui. Un exemple :

  $1 \times 3 = 3$ (évident)

  $2 \times 3 = 6$ (facile)

  $3 \times 3 = 9$ (à partir d'une chanson)

  $4 \times 3 = 12$ (le double de 2×3)

  $5 \times 3 = 15$ (la moitié de la 10×3)

  $6 \times 3 = 18$ (une fois de plus)

  $7 \times 3 = 21$ (apprentissage)

  $8 \times 3 = 24$ (le double de 4×3)

  $9 \times 3 = 27$ (un de moins que 10×3)

  $10 \times 3 = 30$ (3 avec un 0 derrière)

  Placés devant un tel aperçu , les enfants sont souvent surpris de voir ce qu'ils « savent » déjà.

* Faire faire des réseaux de tables, individuellement ou en petits groupes. Donnez aux enfants une grande feuille de papier et laissez-les poursuivre avec elle le lendemain. Ensuite, ils peuvent encore penser à quelques chose à la maison.

* On peut travailler avec le « produit de la semaine ».

* Les enfants peuvent dire complètement une table par cœur. Dans ce cas, des variations peuvent également en augmenter l'aspect vivant :

  — Réciter les tables en avant et en arrière.

  — Réciter deux tables simultanément.

> La récitation simultanée de plus d'une table demande aux enfants une conscience de soi qui ne peut être effectivement mobilisée qu'en quatrième classe. La forme ci-dessus peut être considérée comme un petit exercice où le passage d'une table à l'autre ne joue pas encore de rôle important. Pour ces formes où, par exemple, ceux de la table de trois claquent dans les mains et ceux de la table de 4 tapent du pied, vous devriez vous demander si ce n'est pas trop demander aux enfants enfants et s'il ne vaut pas mieux attendre une classe ulttérieure.

Appliquer les connaissances

* Problèmes de calcul mental avec des éléments des tables : « En vacances en France, votre papa achète quatre glaces qui coûtent six francs chacune. Combien coûtent les glaces ensemble ? »

* Dans la « forme inversée » : Votre maman achète des melons. Elle a 15 gulden. Un melon coûte 3 gulden. Combien peut-elle en acheter ?

* Toutes sortes de cas particulier de structures multiplicatives : des fenêtres dans des bâtiments d'habitation, carrelages sur une terrasse, bulbes de fleurs dans un bac à fleurs, des verres dans un carton, des couronnes de feuilles sur une tige, etc. Ces situations se prêtent bien à des croquis rapides sur le tableau.

* Faire faire des opérations à l'envers dans un ensemble d'exercices avec les quatre opérations.

* Concrétisation des situations de calcul, par exemple distribuer des choses aux élèves de la classe. Par exemple : « Chacun doit avoir trois feuilles ; combien en avez-vous besoin pour toute votre rangée ?

  « On voudrait que chaque enfant ait six graines de tournesol. Combien en faut-il par rangée ? »
  Si vous êtes attentif à de telles situations, il en existe de nombreuses possibilités qui, de manière évidente, permettent d'appliquer les tables.

La pratique en troisième classe

[...]

3 Le calcul écrit (non encore traduit)

4 Approximations (non encore traduit)